



# Das interaktive Schulbuch





## Vorwort

Dieses Interaktive Schulbuch entstand im Rahmen einer Wissenschaftlichen Hausarbeit zur Ersten Staatsprüfung für das Amt des Lehrers mit fachwissenschaftlicher Ausbildung in zwei Fächer zu dem Thema:

**„Neue Medien im Physikunterricht - Entwicklung einer interaktiven Lernumgebung zur nichtlinearen Physik“**

Themensteller und Betreuer war Prof. Dr. V. Nordmeier vom Institut für die Didaktik der Physik an der FU Berlin.

Die fachbezogenen Texte und Grafiken im Interaktiven Schulbuch „Nichtlineare Dynamik“ stammen mit freundlicher Genehmigung von Prof. Dr. V. Nordmeier.

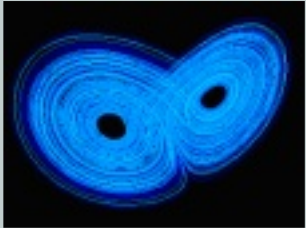
Boris Schaefer

Berlin, im November 2006





## Chaos und Strukturbildung



Lorenz-Attraktor

Argumente für die Aufnahme von Elementen der nichtlinearen Physik in der Schule

Die nichtlineare Physik hat sich in wenigen Jahrzehnten zu einem etablierten Forschungsbereich entwickelt. Sie trägt der Tatsache Rechnung, dass die Beschränkung auf lineare Zusammenhänge, wie sie für die klassische Physik aber auch für die Quantenmechanik typisch ist, zahlreichen Phänomenen und Problemen nicht gerecht wird.

Strukturbildung, Komplexität, Selbstorganisation, Chaos, Fraktale... das sind nur einige Themenbereiche der modernen Naturwissenschaften, die sich nur mit Hilfe der nichtlinearen Physik beschreiben lassen.

Auch die **Schulphysik** ist davon nicht unberührt geblieben. Neuere Lehrpläne (Schwarzenberger et al. 2005), Schulbücher (z.B. Boysen et al. 2000) und Zeitschriften (z.B. UP 2006) schlagen Zugänge zur nichtlinearen Physik vor. In entsprechenden Lernprozessstudien wurden unterschiedliche Ansätze für den Physikunterricht erprobt und evaluiert (vgl. z.B. Komorek 1998; Korneck 1998, Bell 2003).

Ohne eine tiefergehende Bewertung vornehmen zu wollen, sprechen für die Aufnahme von Elementen der nichtlinearen Physik in der Schule zumindest folgende **Argumente**:

Durch die Auseinandersetzung mit Problemen der nichtlinearen Physik besteht die Möglichkeit, die Schulphysik näher an die **aktuelle Forschung** und an interessante Probleme der wissenschaftlich-technischen und natürlichen Welt heranzubringen.





Bislang ausgeklammerte Fragen wie etwa:

- Wie kommt es zur **selbstorganisierten** Entstehung, Aufrechterhaltung und Stabilisierung komplexer Systeme (Strukturen) in der belebten und unbelebten Natur?
- Wie lassen sich solche Strukturbildungsvorgänge modellhaft erfassen?
- Welcher Zusammenhang besteht zwischen Form und Funktion **komplexer Systeme**?
- Inwieweit lässt sich das Verhalten komplexer Systeme vorhersagen?

können an einfachen Beispielen zugänglich gemacht werden.

Im Folgenden werden **Möglichkeiten** skizziert, grundlegende Phänomene, Fragestellungen und experimentelle Untersuchungen der nichtlinearen Physik in den Physikunterricht aufzunehmen.





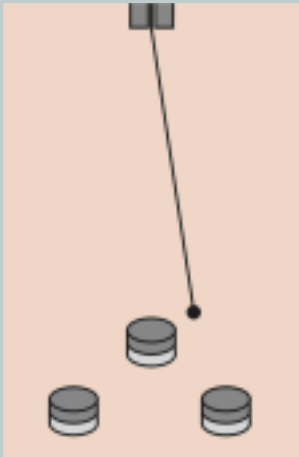
## Deterministisch und unvorhersagbar

Eine der größten Herausforderungen der nichtlinearen Physik ist die Beschreibung von Systemen, deren Verhalten im Einzelnen **unvorhersagbar** ist. Dabei spielt der Zufall eine entscheidende Rolle.

Fadenpendel

Dazu ein Beispiel: Es genügt, die Dynamik eines (mit kleiner Amplitude) frei schwingenden **Fadenpendels** durch eine Bewegungsgleichung zu erfassen und die Anfangsbedingungen (Startpunkt und Startgeschwindigkeit) zu einem bestimmten Zeitpunkt festzustellen, um durch bloße Rechnung **Ort** und **Geschwindigkeit** des Pendels zu jedem beliebigen anderen Zeitpunkt vorherzusagen.

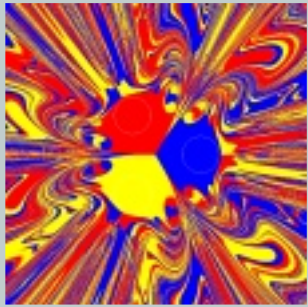
Magnetpendel



Nimmt man eine kleine Modifikation vor, indem man den eisernen Pendelkörper über drei **Dauermagneten** schwingen lässt, so wird sein Verhalten unvorhersagbar. Das Pendel verhält sich dann ähnlich wie eine Kugel in einem System mit drei verschiedenen Mulden. Wenn sie am Rand einer dieser Mulden losgelassen wird, kommt sie an deren tiefsten Punkt zur Ruhe. Startet die Kugel jedoch von einer höheren Position, so scheitert die Vorhersage, in welcher der Mulden sie schließlich landet.

Anschaulich kann man sich dieses Verhalten dadurch klarmachen, dass die Kugel über die ‚Wasserscheiden‘ zwischen den einzelnen Mulden hinwegrollt. Dabei kann es von **winzigen Unterschieden** in der Geschwindigkeit abhängen, ob die Kugel eine Scheide noch überwindet oder zurückrollt. Deshalb kann der Start aus der gleichen Position zu völlig verschiedenen Zielen führen. Wie genau man die Anfangsbedingungen auch zu reproduzieren versucht, es bleibt stets eine Unschärfe.





Einzugsbereiche  
der einzelnen Magneten  
eines Magnetpendels

Laplacescher  
Dämon



Nur bei unendlicher Präzision, die in der Realität nicht zu verwirklichen ist, wäre das Endverhalten reproduzierbar. Man sagt von solchen Systemen, dass ihr Verhalten **sensitiv** von den Anfangsbedingungen abhängt.

Man berechnet mit Hilfe der newtonschen Bewegungsgleichungen für jeden möglichen Startpunkt den Zielmagneten, über welchem das Pendel zur Ruhe kommt. Um das Verhalten grafisch abzubilden, werden den Zielmagneten z.B. die Farben Blau, Gelb und Rot zugeordnet. Die Startpunkte werden jeweils mit der Farbe des Zielmagneten eingefärbt. Auf diese Weise ergibt sich - entgegen der naiven Erwartung - eine sehr komplexe ‚Landkarte‘ der **Einzugsbereiche** der drei Magneten. Das bedeutet, dass kleinste Abweichungen in den Anfangsbedingungen zu völlig verschiedenen **Trajektorien** (Bahnen) und Endpunkten führen können.

Beträgt der anfängliche Unterschied zwischen zwei fast gleichen Bahnen  $d$ , so wächst er nach einer für das jeweilige System charakteristischen Zeit  $t$  auf  $10d$ . Nach der doppelten Zeit  $2t$  hat sich die Unschärfe schon auf  $100d$  verstärkt, nach  $3t$  auf  $1000d$  usw. Bei einem anfänglichen Unterschied von nur einem **Atomdurchmesser** beträgt die Unschärfe nach  $10t$  schon etwa 100 Meter! Je kleiner  $t$  ist, desto schneller macht sich die Abweichung bemerkbar.

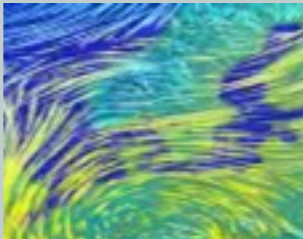
Bezüglich ihrer Anfangsbedingungen verhalten sich sensitive Systeme gewissermaßen wie **Mikroverstärker**, die mikroskopisch kleine Unterschiede exponentiell vergrößern und zu makroskopischen Unterschieden anwachsen lassen. Es ist also „völlig unnütz, die Genauigkeit (mit der die Anfangsbedingungen festgestellt werden) zu vergrößern oder





Video

Das aktuelle Wolkenbild über Europa



Video

Die aktuelle Prognose der Luftströmungen über Europa



Video

Die aktuelle Bewölkungsvorhersage für Europa

sie sogar zum Unendlichen tendieren zu lassen. Es bleibt bei völliger Ungewissheit, sie verringert sich nicht in dem Maß, in dem die Genauigkeit zunimmt“ (Prigogine et al. 1991, S.55).

Dass bestimmte Systeme in ihrem Verhalten nicht vorhersagbar sind, ist den Physikern schon lange bekannt. So bemerkt etwa Georg Christoph Lichtenberg, dass man die „Durchgänge der Venus voraus sagen (kann), aber nicht die Witterung und ob heute in Petersburg die Sonne scheinen wird“ (Lichtenberg 1980, S.281).

Beunruhigt war man dadurch allerdings nicht. Denn man schrieb die faktische Unvorhersagbarkeit des **Wetters** und anderer komplexer Systeme der menschlichen Unzulänglichkeit zu, aufgrund der unüberschaubaren Zahl von Variablen die Anfangsbedingungen zu bestimmen.

Pierre Simon Laplace glaubte, dass dies jedoch für einen **Dämon** mit einer genügend präzisen Beobachtungsgabe und übermenschlichen rechnerischen Fähigkeiten kein Problem und damit die Vorhersage im Prinzip möglich sein sollte. Das Beispiel des obigen Pendels zeigt jedoch, dass es an der Komplexität nicht liegen kann. Auch extrem **einfache Systeme** können unvorhersagbar sein, weil sie aufgrund ihrer Nichtlinearität sensitiv sind.

Im Folgenden werden einige Systeme beschrieben, an denen die nichtlinearen Eigenschaften mit einfachen Mitteln **experimentell** und/oder **theoretisch** untersucht werden können.





## Chaotische Schwingungen

Chaotische Systeme

Besonders interessant sind Systeme, deren Verhalten unvorhersagbar bleibt. Das ist nur dann möglich, wenn das System nicht zur Ruhe kommt, also entweder keine Reibung auftritt oder das System angetrieben wird, so dass die durch Reibung dissipierte Energie immer wieder ersetzt wird.

Reibungsfreie Systeme gibt es in der Realität kaum. Das Sonnensystem mit seinen die Sonne periodisch umkreisenden Planeten kann näherungsweise als reibungsfrei angesehen werden. Henri Poincaré konnte bereits gegen Ende des 19. Jahrhunderts zeigen, dass sich ein System von nur drei Himmelskörpern chaotisch verhalten kann. Die entsprechenden Rechnungen können heute mit Hilfe eines einfachen Computerprogramms durchgeführt werden (siehe z.B. Köhler et al. 2001).

Chaotische Pendel  
und physikalisches  
Spielzeug

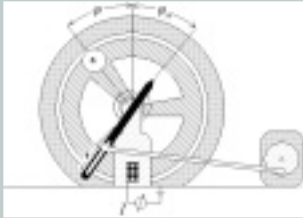
Für irdische Verhältnisse sind dissipative Systeme realistischer. Für die Belange des Physikunterrichts besonders geeignet sind Spielzeuge, an denen sich die wesentlichen Aspekte des nichtlinearen Verhaltens zumindest qualitativ erarbeiten lassen (Rodewald et al. 1986; Schlichting 1988b, 1990, 1992a). Darüber hinaus gibt es angetriebene chaotische Pendel, die auch quantitative Untersuchungen gestatten (vgl.: Backhaus et al. 1987; Euler 1995; Worg 1993). Einige dieser Oszillatoren werden im Folgenden kurz beschrieben.





## Das exzentrische Drehpendel

Chaotisches  
Pohlsches Rad



Schematische  
Darstellung des  
exzentrischen  
Drehpendels

Ein nichtlineares, exzentrisches Drehpendel kann auf einfache Weise aus einem Pohlschen Rad hergestellt werden. Dazu muss der an einer Spiralfeder befestigte schwingende Stab mit einer Zusatzmasse versehen werden bis er kopflastig wird und sich im Gleichgewichtszustand zur einen oder anderen Seite neigt. (Das Gravitationspotenzial spaltet sich auf). An diesem Drehpendel können auf einfache Weise die wesentlichen Grundlagen der nichtlinearen Physik erarbeitet werden.

Dieses System ist mehrfach in der fachdidaktischen Literatur beschrieben worden, nachdem es zunächst experimentell (Luchner et al. 1986) und (durch Aufstellung und numerische Lösung der nicht-linearen Differentialgleichung) theoretisch (Backhaus et al. 1990) untersucht worden ist.

Das Verhalten des Systems wird in Form eines Ordnungsparameters beschrieben (hier: Winkelausschläge des Pendels aufgrund eines bei passender Frequenz und Amplitude erfolgenden Antriebs). Als Kontrollparameter eignet sich besonders die (durch eine Wirbelstrombremse definiert variierbare) Dämpfung des Systems.

Bei geeigneter Wahl der Parameter und Anfangsbedingungen erhält man zunächst eine reguläre Schwingung. Vermindert man die Dämpfungsstromstärke, so tritt bei einem bestimmten Wert ein neues Verhalten auf. Die Symmetrie wird gebrochen, indem sich das Verhalten nunmehr erst nach zwei Perioden wiederholt. Man spricht von Periodenverdopplung, die sich im Wechsel zweier Amplituden bemerkbar macht. Bei weiterer Verminderung der Dämpfung kommt es abermals

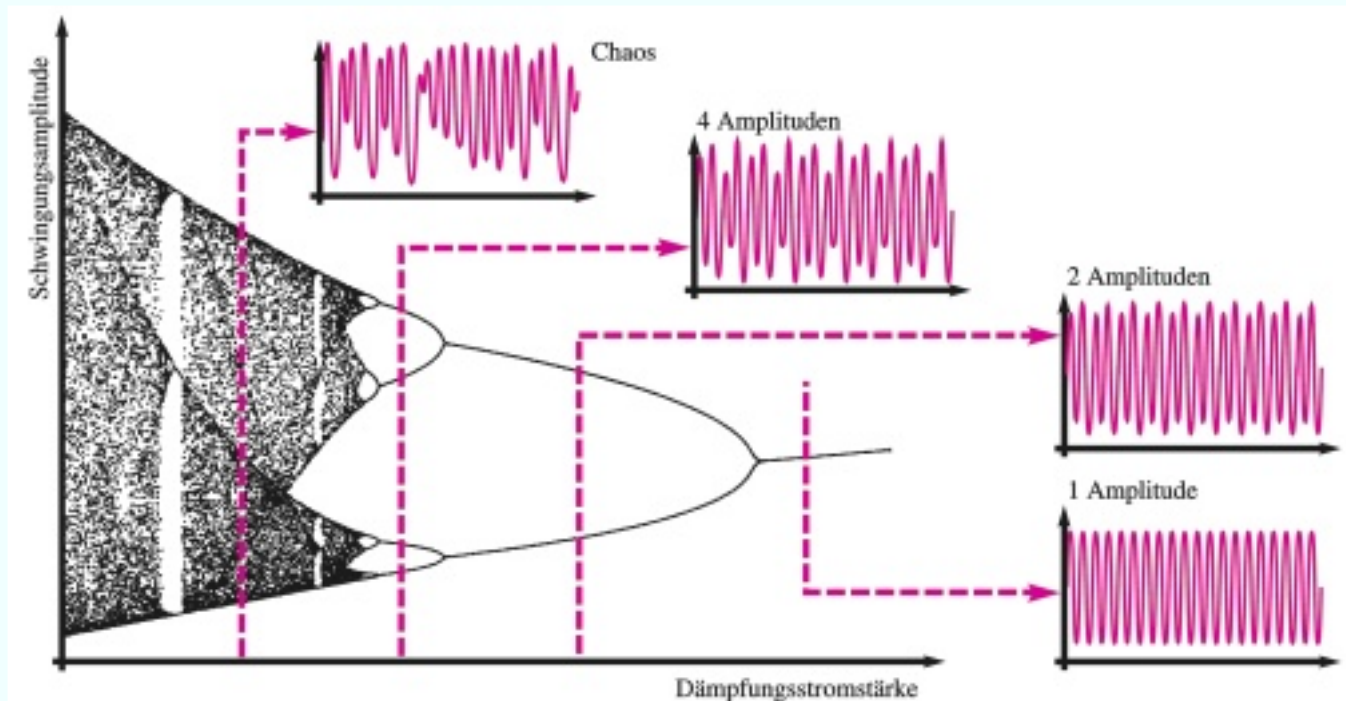


zu einer Periodenverdopplung: Es treten vier verschiedene Amplituden auf, ehe sich das Verhalten wiederholt. Nach weiteren Periodenverdopplungen stellt sich schließlich ein nichtperiodisches, chaotisches Verhalten ein.

Dieser auch Feigenbaum-Szenario genannte geordnete und reproduzierbare Übergang des Systems von einem regulären zu einem völlig chaotischen Verhalten, ist typisch für dissipative Systeme. Daneben gibt es weitere Übergangsszenarien, die auch beim Drehpendel zu beobachten sind. Alle diese verschiedenen Verhaltensweisen werden durch die das System beschreibende nichtlineare Differentialgleichung erfasst.

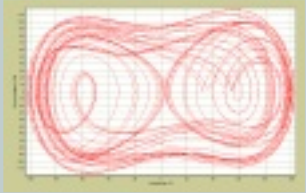
## Feigenbaum-Szenario

Feigenbaumszenario des chaotischen Drehpendels: Schwingungsamplitude in Abhängigkeit der Dämpfungsstromstärke.





## Zustandsraum



Zweidimensionaler Phasenraum mit Auslenkungswinkel und Winkelgeschwindigkeit

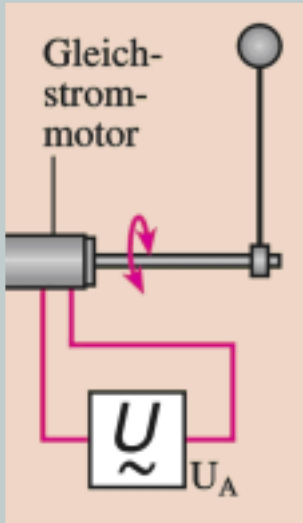
## Attraktor

Betrachtet man die zeitliche Entwicklung der Pendelbewegung im Zustandsraum des Systems, einem abstrakten Parameterraum, der im Falle des Drehpendels durch den Auslenkungswinkel, die Winkelgeschwindigkeit und die Phase der Anregung (bzw. die Zeit) aufgespannt wird, so wickelt sich die Trajektorie des Systems zu einer gleich bleibenden Spirale auf. Die Periodizität der Anregung wird dadurch berücksichtigt, dass man die Phase zyklisch aufträgt. So läuft die Spiralbahn auf einem Torus um. Es ist üblich, die Komplexität dadurch zu reduzieren, dass die Phase bzw. die Zeit herausprojiziert wird und so eine zweidimensionale Darstellung entsteht. Eine reguläre Schwingung läuft dann auf eine geschlossene Kurve (Grenzzyklus) im zweidimensionalen Zustandsraum (Phasenraum) hinaus. Den Torus oder Grenzzyklus bezeichnet man auch als Attraktor des Systems, weil diese Figur das Systemverhalten gewissermaßen anzieht, von welchen Anfangsbedingungen auch immer der Start erfolgt.

Die Periodenverdopplung kommt im Attraktor durch zusätzliche Schleifen zum Ausdruck, ehe sich die Kurve wieder schließt. Auch das chaotische Verhalten kann durch einen so genannten chaotischen oder seltsamen Attraktor charakterisiert werden. Trotz ihrer Irregularität und Unvorhersagbarkeit verhalten sich die Trajektorien nicht stochastisch, sondern ziehen sich auf einen kompakten Bereich im Zustandsraum zusammen. Da sich aufgrund der Eindeutigkeit der Lösung der Differentialgleichung die Trajektorien nicht schneiden dürfen, entstehen sehr feine, blätterteigartige, fraktale Strukturen.



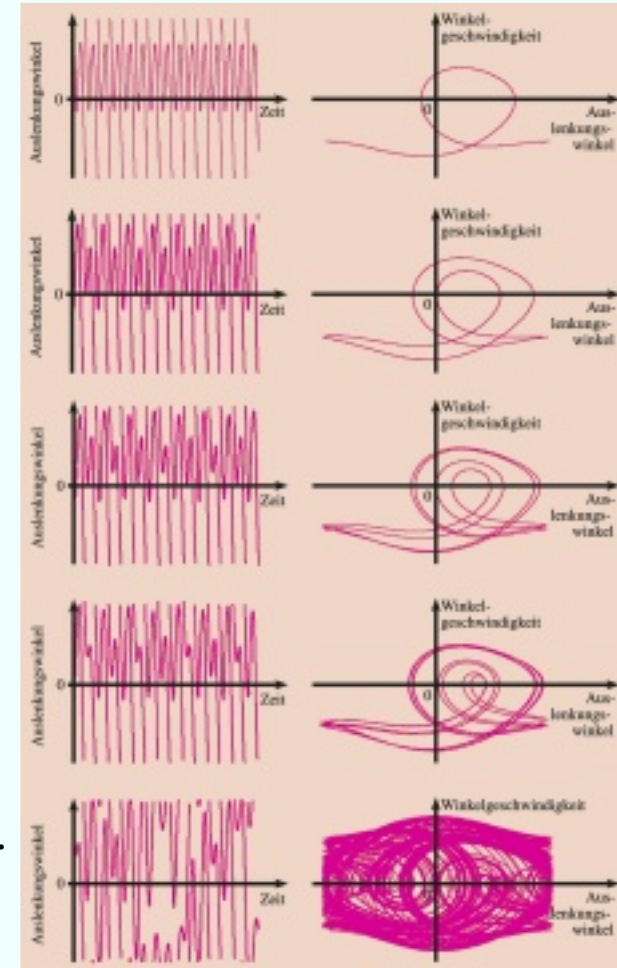
## Das chaotische Überschlagspendel



Das Überschlagspendel besteht aus einem physikalischen Pendel, das starr an der Achse eines schwachen, mit Wechselspannung betriebenen Gleichstrommotors befestigt ist (siehe Boysen et al. 2000, Nordmeier et al. 2006a). Der mit einer geeigneten Frequenz und Amplitude betriebene Motor versucht, dem zweiten Oszillator seine Schwingung aufzuprägen.

Je nach dem Verhältnis der Frequenzen der Schwingung kommt es zu regulären oder chaotischen Bewegungen des Pendels. Auch für dieses System lassen sich ähnliche Untersuchungen durchführen wie beim Drehpendel. In der nebenstehenden Abbildung sind einige typische Ergebnisse dargestellt.

Auf der folgenden Seite besteht die Möglichkeit, ein Überschlagspendel zu starten und auszuwerten.



Überschlagspendel

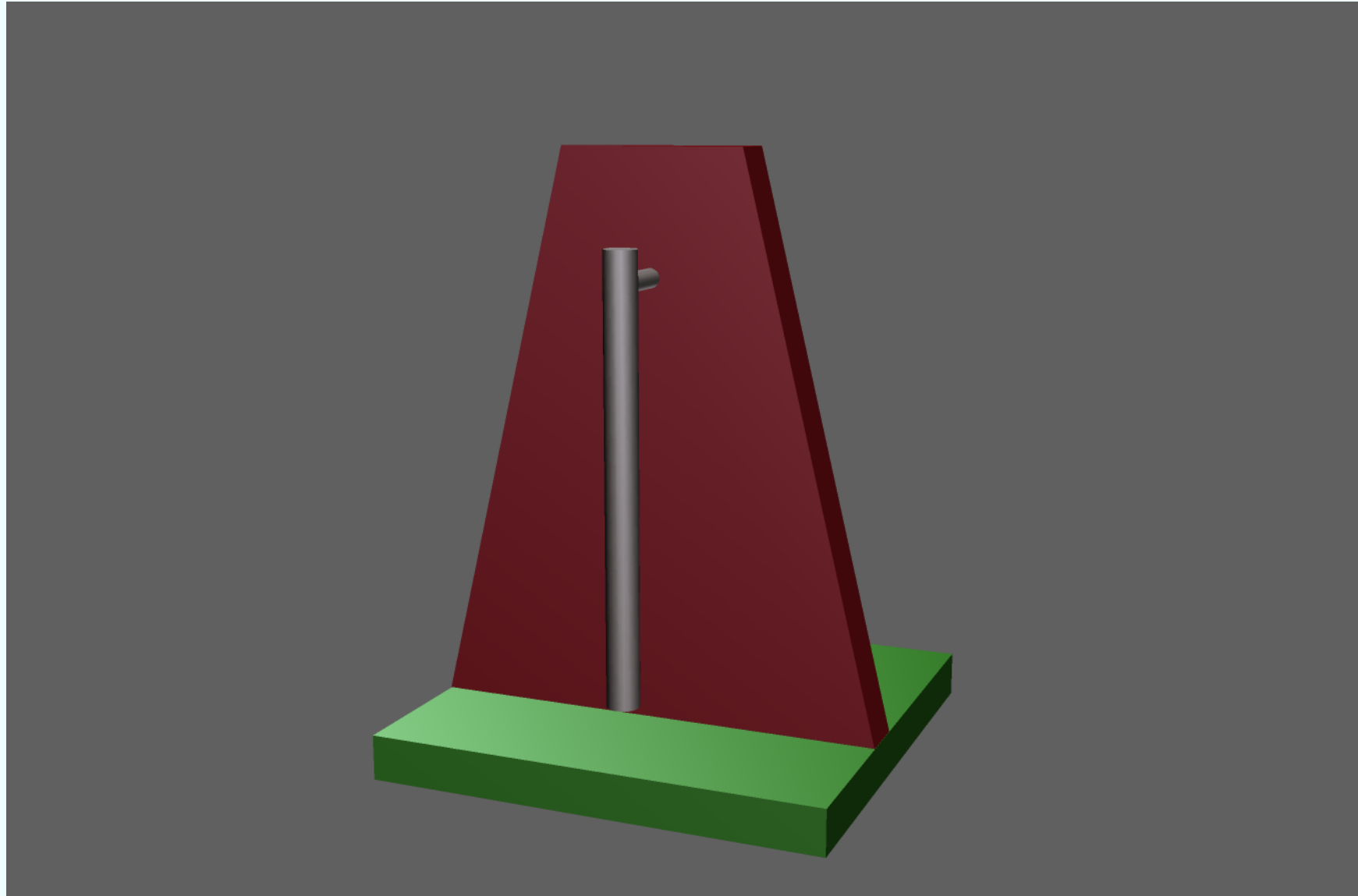
Überschlagspendel: Zeitreihe und zweidimensionaler Phasenraum. Reguläre Zyklen und Übergang zum Chaos bei Erhöhung der Anregungsamplituden





## Das chaotische Überschlagspendel

Eine dreidimensionale  
Darstellung des Pendels,  
wie es im Experiment  
auf der folgenden Seite  
zum Einsatz kommt.





## Das chaotische Überschlagspendel

Folgende Parameter können eingestellt werden:

Frequenz

Amplitude

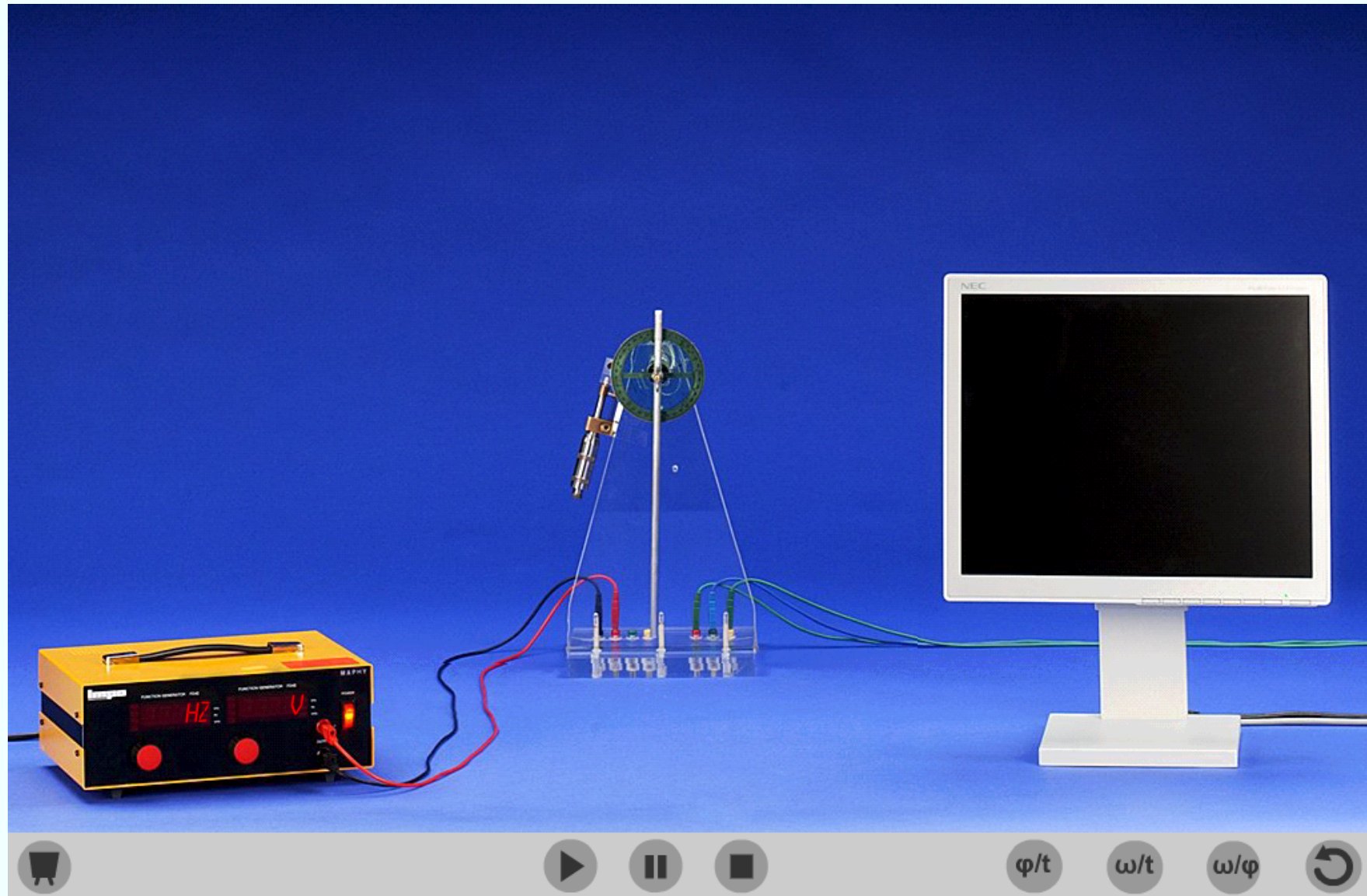
Dämpfung

> Hilfe

Eine kurze Beschreibung der Simulation

> Speichern

Das Diagramm im Protokoll abspeichern



## Der chaotische Prellball

Chaotisch hüpfender Ball



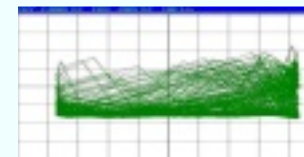
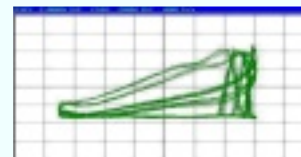
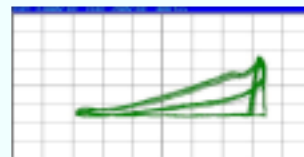
Schematische Darstellung des Versuchsaufbaus

Schwingungsmoden: Einer-, Zweier- und Viererzyklus; chaotische Bewegung im XY-Modus

Auf einer sinusförmig schwingenden Lautsprechermembran lässt man einen Tischtennisball hüpfen. Je nach Stoßfrequenz und -Amplitude kommt es zu regulären oder chaotischen Bewegungen (vgl. Buttkus et al. 1993).

Die Bewegung des Balls kann wiederum mit Hilfe einer einfachen nichtlinearen Differentialgleichung beschrieben und numerisch simuliert werden. Als Ordnungsparameter bietet sich die Steighöhe des Balles an, die in Abhängigkeit der Schwingungsamplitude der Membran oder der Antriebsfrequenz als Kontrollparameter untersucht wird. Es stellt sich ebenfalls ein für chaotische Systeme typisches Bifurkationsszenario ein.

Die Stöße des Balls auf der Membran werden mit Hilfe eines Mikrophons auf einen Kanal eines Zweikanal-Speicher-Oszilloskops übertragen. Auf dem zweiten Kanal wird das Signal des Sinusgenerators aufgezeichnet, der die Membran in Bewegung hält. So können sowohl die beiden Signale über der Zeit getrennt als auch im XY-Modus gegeneinander auftragen werden. Im ersten Fall erhält man die für reguläres bzw. chaotisches Verhalten typischen Zeitreihen. Im zweiten Fall zeigt sich eine Art Attraktor, der im regulären Schwingungsbereich durch einfach oder mehrfach geschlossene Kurven und bei chaotischen Bewegungen durch ein kompaktes, irreguläres Gebilde gekennzeichnet ist.





## Der chaotische Prellball

Folgende Materialien  
werden noch benötigt:

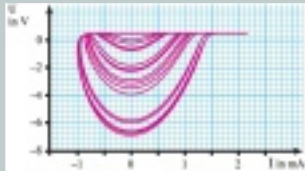
- Ein Tischtennisball
- Ein Basslautsprecher
- Ein Verstärker
- Ein Uhrglas
- Ein Mikrofon

> Speichern  
Das Diagramm im  
Protokoll abspeichern

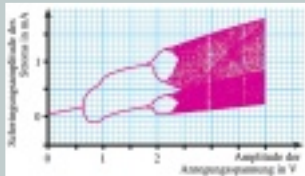


## Elektromagnetische Schwinger

### Chaotischer RCL-Schwingkreis

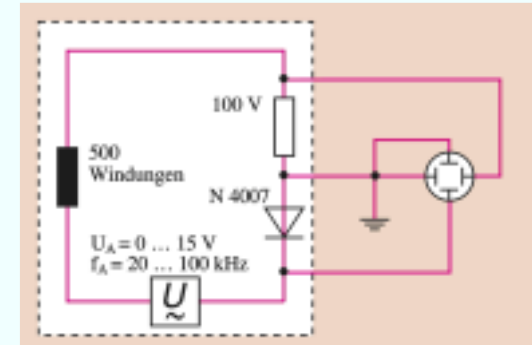


### Phasendiagramm einer chaotischen Schwingung



### Feigenbaum des RCL-Schwingkreises

Ein einfach zu realisierender elektrodynamischer chaotischer Oszillator ist der RCL-Serienschwingkreis, in dem eine Kapazitätsdiode das nichtlineare Element bildet. Die Kapazität variiert nichtlinear mit der anliegenden Spannung. Der Schwingkreis wird mittels eines Frequenzgenerators in der Nähe der Resonanzfrequenz des Schwingkreises periodisch angetrieben.



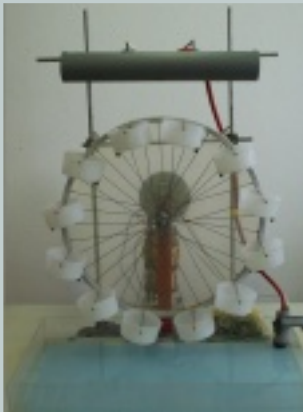
Eine mathematische Beschreibung erhält man, wenn man in der Schwingungsgleichung des Systems einen nichtlinearen Ausdruck für die Kapazität einsetzt, der sich aufgrund eines einfachen Modells ergibt (Wierzioch 1988). Experimentell lässt sich das Verhalten unmittelbar mit Hilfe eines Oszilloskops aufzeichnen.

Wie der Vergleich der berechneten und experimentell ermittelten Zeitreihen zeigt, ergibt sich eine frappierend gute Übereinstimmung von Experiment und Theorie.



## Chaotisches Wasserrad

### Chaotisches Wasserrad



Das Wasserrad im  
Experiment

Im Unterschied zu den bisher skizzierten Systemen besitzt das chaotische Wasserrad keinen periodischen, sondern einen kontinuierlichen Antrieb, so dass ihm von außen kein Zeitrhythmus aufgeprägt werden kann. Es muss seinen ‚Rhythmus‘ selbst finden, indem es die erzwungenen Bewegungen mit den Systemparametern und dem Energieangebot ‚autonom‘ in Einklang bringt.

Das Wasserrad besteht aus dem Laufrad eines Fahrrads, das sich um eine horizontal gelagerte Achse drehen kann und dessen Felge mit drehbar gelagerten, nach oben geöffneten Behältern versehen ist. Die Behälter besitzen ein kleines Loch im Boden, durch das Wasser abfließen kann. Wenn die Behälter von oben beregnet werden, wird das Rad aufgrund unterschiedlicher Wasserstände exzentrisch und kann sich in die eine oder andere Richtung drehen (vgl. Nordmeier et al. 2003).



Video

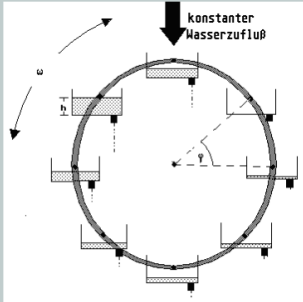
Chaotisches Verhalten



Video

Stabile Schwingung





Schematischer Aufbau

Symmetriebrüche

Betrachtet man die Drehgeschwindigkeit als Ordnungsparameter und die Wasserzuflussrate als Kontrollparameter, so ergibt sich durch Variation der Zuflussrate das folgende Szenario:

- Beginnt man mit einer sehr kleinen Zuflussrate, so bleibt das Wasserrad zunächst in Ruhe. Selbst, wenn das Rad kurz angestoßen wird, bildet sich die Störung sehr schnell wieder zurück.
- Erst wenn die Zuflussrate einen ersten kritischen Wert erreicht, wird das Rad instabil und es kommt zum Symmetriebruch. Das vorher ruhende Rad beginnt, sich in der einen oder anderen Richtung zu drehen. Die Drehrichtung hängt vom Zufall ab.
- Bei weiterer Erhöhung der Zuflussrate kommt es bei einem zweiten kritischen Wert zu einem erneuten Symmetriebruch, der sich in einer Drehrichtungsumkehr äußert.
- Bei fortgesetzter Erhöhung der Zuflussrate tritt ein dritter Symmetriebruch auf. Das Rad dreht sich chaotisch: Nach einigen Umläufen ändert sich jeweils unvorhersehbar plötzlich die Drehrichtung.
- Das System geht schließlich bei extrem hoher Zuflussrate infolge eines vierten Symmetriebruchs nach dem Chaos in eine reguläre Schwingung über, das Wasserrad schwingt nun wie ein Drehpendel hin und her.

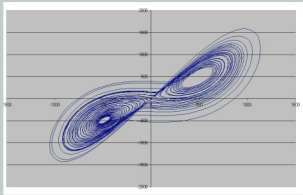




## Lorenzgleichungen

$$\begin{aligned}\dot{x} &= \sigma \cdot (y - x) \\ \dot{y} &= R \cdot x - y - x \cdot z \\ \dot{z} &= x \cdot y - b \cdot z\end{aligned}$$

## Lorenzattraktor



Die Bewegungsgleichung des Systems lässt sich unter der Voraussetzung, dass man die Behälter kontinuierlich über die Radfelge verteilt ansieht, mit Hilfe der newtonschen Bewegungsgleichung herleiten. Es handelt sich um eine nichtlineare Differentialgleichung, die mit Hilfe einer linearen Koordinatentransformation in ein System von drei Differentialgleichungen überführt werden kann, das als Lorenz-System bekannt ist (Nordmeier et al. 2003).

Im Zustandsraum, der durch die drei Variablen des Systems aufgespannt wird, erkennt man, dass auch die chaotische Bewegung zu einem kompakten Gebilde, den für dieses System typischen Lorenzattraktor führt.





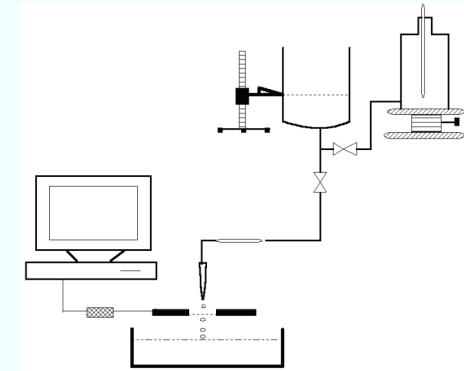
## Der tropfende Wasserhahn

Der ‚tropfende Wasserhahn‘ gehört zu den ersten Systemen, die als mögliche Realisationen chaotischer Systeme vorgeschlagen wurden (Rössler 1977). Es zeigt sich nämlich, dass die Tropfenfolge eines nicht völlig zugeordneten Wasserhahns nicht nur regelmäßig, sondern auch völlig chaotisch erfolgen kann.

Im Unterschied zu den bisher skizzierten Systemen ist dem tropfenden Wasserhahn die Dynamik, die zu diesem Verhalten führt, nicht unmittelbar anzusehen.

Erst eine nähere Betrachtung der Dynamik des Tropfvorgangs zeigt, dass es sich hier um die Kopplung zweier Schwingungsvorgänge handelt. Die eine Schwingung besteht aus dem Anschwellen und Ablösen des Tropfens, die zweite aus dem gedämpften Zurückschnellen des Resttropfens (Buttkus et al. 1995).

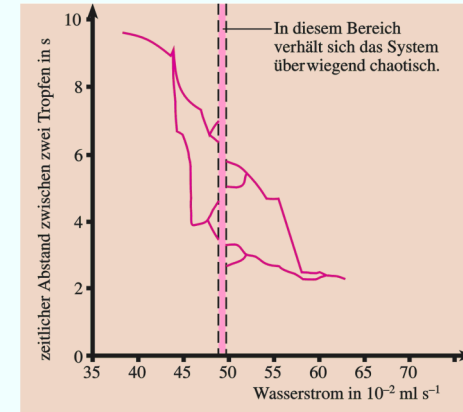
Als Ordnungsparameter für das Tropfphänomen bietet sich der Abstand zweier aufeinander folgender Tropfen an, der sich mit Hilfe zweier Lichtschranken messen lässt. Als Kontrollparameter kommt die Fließrate des nachströmenden Wassers in Frage, die proportional zur Wasserhöhe in einem Behälter ist, aus dem das Wasser heraustropft.



Schematischer Aufbau zur Untersuchung des tropfenden Wasserhahns

Das Experiment läuft auf die Messung der Tropfabstände bei verschiedenen Wasserhöhen hinaus. Je nach der Fließrate erhält man eine reguläre oder chaotische Tropffolge, die bei genauerer Untersuchung durch ein Feigenbaumszenario ineinander übergehen.

Durch geschicktes Zählen der Tropfen können nicht nur einzelne reguläre und chaotische Bereiche ausgemacht, sondern darüber hinaus kann ein relativ detaillierter Überblick über das Gesamtverhalten in Form zweier gegenläufiger ‚Feigenbäume‘ gewonnen werden.



Bifurkationsdiagramm des  
chaotisch tropfenden  
Wasserhahns



## Inhalt



Chaos und Strukturbildung

Deterministisch und unvorhersagbar

Chaotische Schwingungen

Das chaotische Überschlagsspendel

Der chaotische Prellball

Chaotisches Wasserrad





## Inhalt - Seite 2





## Protokoll





## Protokoll - Seite 2





## Protokoll - Seite 3





## Protokoll - Seite 4







## Protokoll - Seite 5

